Compensation paramétrique – Poser le problème

- Surdetermination
  - Nombre d'observations $\ell\,(n \times 1)$
  - Nombre de paramètres $\mathbf{x}(u \times 1)$
  - Surdétermination $r = n - u \geq 0$

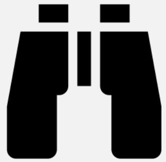
- Modèle fonctionnel
  - Choix du modèle paramétrique $\ell - \mathbf{v} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$
  - Choix des paramètres approchés $\mathring{\mathbf{x}}$
  - Résidus approchés $\mathring{\mathbf{v}} = \ell - \mathbf{f}(\mathring{\mathbf{x}})$
  - Linéarisation (*analytique* ou *numérique*) $\mathbf{A} = \partial\mathbf{f}/\partial\mathbf{x}$ en $\mathring{\mathbf{x}}$

- Modèle stochastique
  - Écart-type *a priori* σ_0 et cofacteurs $\mathbf{Q}_{\ell\ell}$ $\mathbf{P} = (\mathbf{Q}_{\ell\ell})^{-1}$
  - Variances et covariances $\mathbf{K}_{\ell\ell}$ $\mathbf{P} = (\mathbf{K}_{\ell\ell})^{-1}$

ME 11-1 Comp. paramétrique – Interpréter les résultats

- Résidus
  - Analyse *globale*: $\hat{\sigma}_0$ *a posteriori* / σ_0 *a priori*
  - Analyse *locale*:
    - Détection de fautes: cas particuliers
    - Détection d'erreurs systématiques : tendances
  - Adaptation des modèles
    - fonctionnel : autres paramètres, exemple de sinusoïde dans cas 3(c) vs. 4(d)
    - Stochastique : autres variances et corrélations

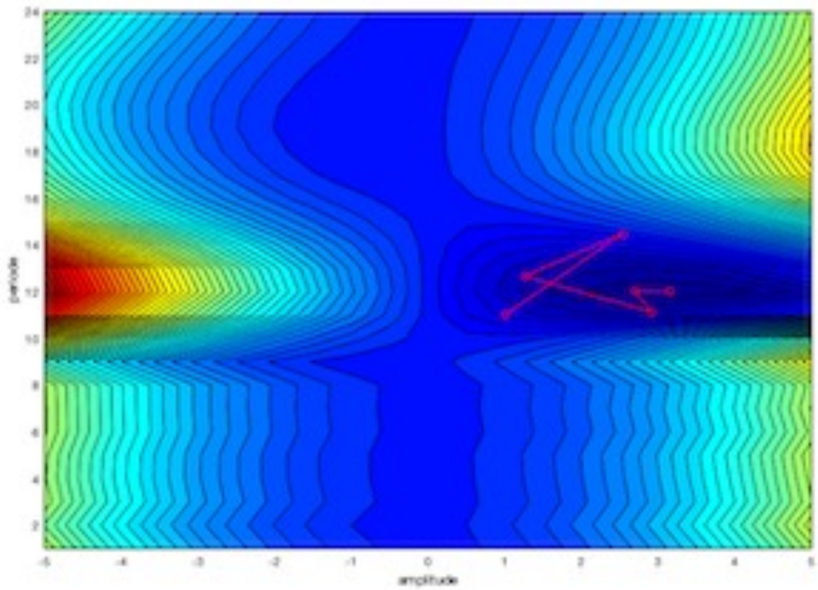
- Cofacteurs
  - Paramètres compensés
    - Précision du dispositif de mesure (variances)
    - Capacité de distinguer des paramètres (corrélations)
  - Résidus compensés
    - Capacité de détecter des fautes (fiabilité)
  - Observations compensées : précision des observations

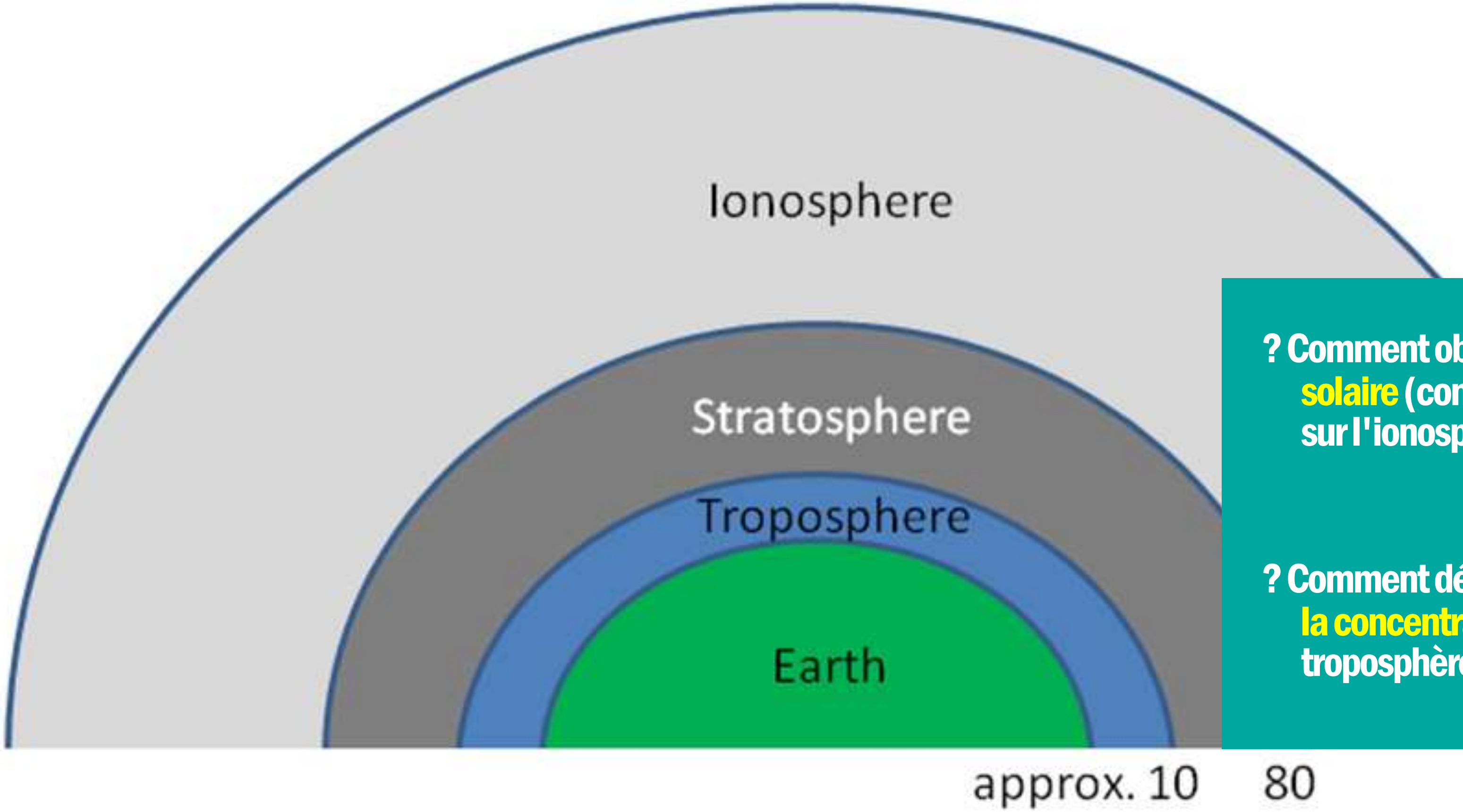


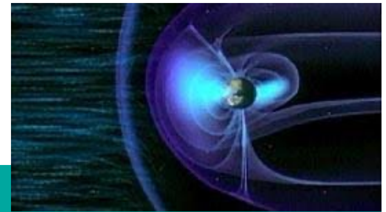
ME 11-2 : Linéarisation

- Linéarisation – itérations et convergence
  - Résidus approchés, incréments des paramètres
  - Critères: taille des incréments, forme quadratique
  - Choix des paramètres approchés, faux extremum?

- Exemples
  - Cas linéaires:
    - Moyenne arithmétique (rappel)
    - Quadrilatère (exercice interactif)
  - Cas non-linéaire:
    - sinusoïde avec *amplitude* et *période*

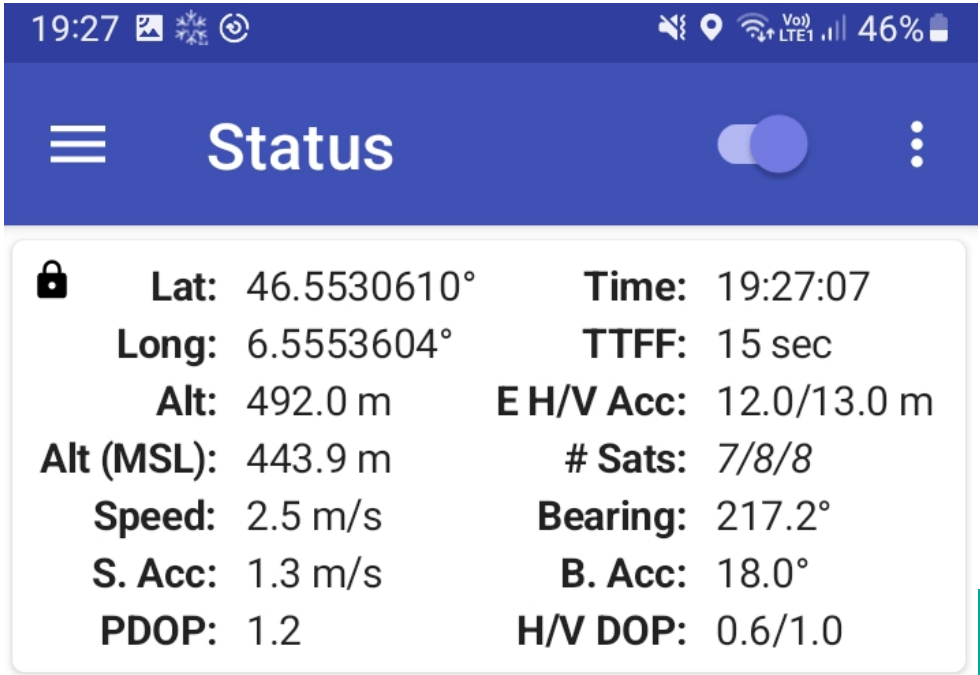


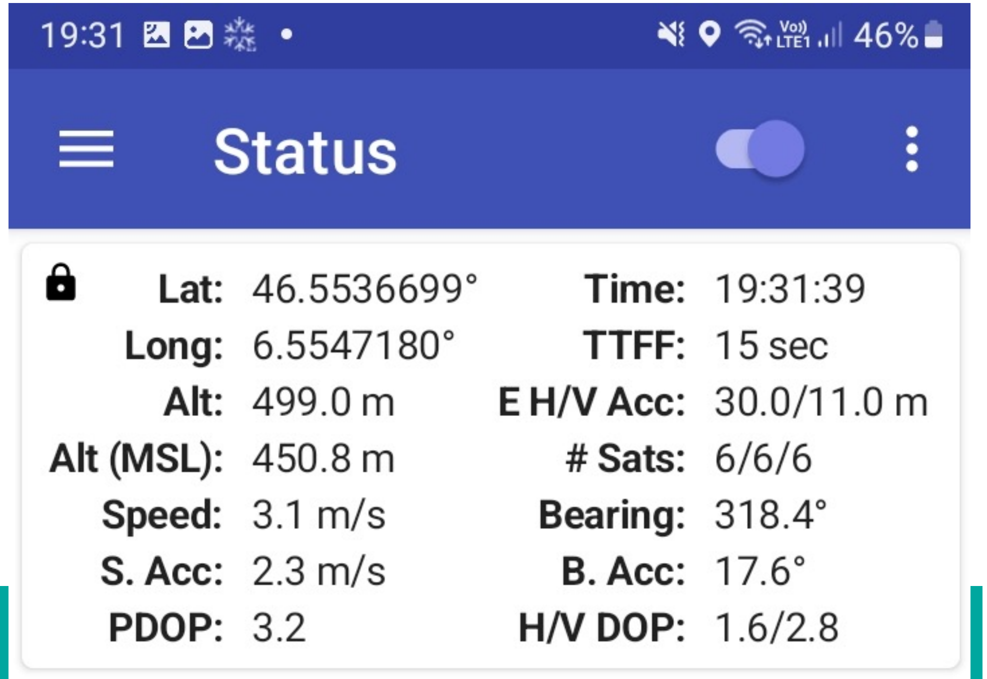




? Comment observer **la force du vent solaire** (contenu total en électrons) sur l'ionosphère terrestre ?

? Comment déterminer globalement **la concentration en eau** de la troposphère terrestre ?





Trouver la différence …
… et si vous comprenez votre téléphone ?

ME 11-3 : Partition des paramètres

- Pourquoi ?
  - Besoin réel
    - On s'intéresse à l'estimation de certains paramètres *seulement*
    - … mais *l'influence des autres paramètres* doit être prise en compte
    - On veut *optimiser* la compensation de manière séquentielle (dans le temps)

- Comment ?
  1. On regroupe les observations en groupes non corrélés
  2. On sépare les paramètres en une partie commune à toutes les observations et des parties spécifiques au reste
  3. Les calculs sont effectués séparément pour chaque groupe :
     - « poids réduits » $\mathbf{P}_i^* = \mathbf{P}_i - \dots$
     - contribution aux « équations normales » $(\mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i^* \mathbf{A_i})$ ainsi que le vecteur $\mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i^* \ell_i$
     - nous résolvons le système d'équation réduit avec la contribution accumulée pour les paramètres d'intérêt $\left(\sum(\mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i^* \mathbf{A_i})\right) \cdot \hat{\mathbf{x}} = \sum(\mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i^* \ell_i)$

ME 11-4 : Fiabilité

- Concept et application
  - Fiabilité interne = contrôle mutuel des observations
    - Part de redondance
    - Résidu standardisé = (quotient local) / (part de redondance)$^{1/2}$
    - Plus petite faute détectable = nabla
  - Fiabilité externe = effet sur les paramètres
    - Effet de chaque nabla
    - Pour chaque paramètre: effet maximum et sa cause

- Recoupement de distances
  - Exemple: la localisation par satellites, analogie avec des poutres en statique
  - Calcul et interprétation des cofacteurs
  - Ellipses d'erreur et parts de redondance
  - Visualisation *(SysQuake)*

ME 11-5 : Visualisation avec SysQuake

- Cofacteurs des paramètres $\mathbf{Q}_{\hat{x}\hat{x}}$
  - Variances, écarts-types et corrélations
  - Visualisation 2D: *ellipse d'erreur*
  - *Dilusion Of Precision* (DOP)
  - Définition de HDOP, extraite de $\mathbf{Q}_{\hat{x}\hat{x}}$
  - Cercle d'erreur moyenne, rayon $= \sigma_0[\mathtt{m}] \cdot \mathtt{HDOP}[\mathtt{sans\ dimension}]$
  - *Circular Error Probable* = CEP (50% inside) $\mathtt{CEP}_{95} \approx 2 \cdot \mathtt{CEP}$

- Cofacteurs des résidus $\mathbf{Q}_{\hat{v}\hat{v}}$
  - Pour $\mathbf{P} = \mathbf{I}$: $\mathtt{trace}\left(\mathbf{Q}_{\hat{v}\hat{v}}\right) = n - u =$ redondance
  - Élément diagonal = part de redondance de la mesure
  - Fiabilité = (auto) capacité de détecter une faute
  - Contrôle de l'intégrité *(Integrity Monitoring)*